

Технология и техника геологоразведочных работ

УДК 539.3;539.4

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ И РАЗРУШЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЖЕСТКОГО ШТАМПА

Ю.П. Стефанов, В.Д. Евсеев*

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, г. Томск

E-mail: stefanov@ispms.tsc.ru

*Томский политехнический университет

Рассмотрено формирование зон локализации деформации в плотных и пористых горных породах при вдавливании жесткого штампа. Показано, что в плотных породах полосы локализованного сдвига распространяются в глубь образца. При этом формируются крупные фрагменты материала. В пористых материалах под штампом образуется зона уплотненной, мелко раздробленной породы, а глубина проникновения полос локализованного сдвига существенно меньше.

Ключевые слова:

Горная порода, численное моделирование, деформация, локализация, дилатансия, разрыхление, уплотнение, жесткий штамп.

Поведение горных пород под действием нагрузки определяется структурой, минеральным составом, а также условиями нагружения. В условиях сдвига их деформация часто сопровождается объемными изменениями и сильно зависит от давления. В случае плотной среды рост среднего давления влечет увеличение эффективной прочности. Образованию крупных трещин, как правило, предшествует разрыхление, рассеянное накопление микротрещин с увеличением объема и локализация деформации [1–3]. В высокопористой среде, после достижения давлением порогового уровня прочность снижается, начинают разрушаться зерна, а деформирование сопровождается уплотнением [3, 4]. При больших давлениях возможен переход к дислокационному механизму пластичности.

Для описания поведения горных пород за пределом упругости чаще всего используются модификации моделей Кулона-Мора и Друккера-Прагера [1, 2, 5]. Процесс уплотнения высокопористых материалов осуществляют на основе моделей с предельными поверхностями замкнутого типа, имеющими форму «шапки» при давлении, превышающем некоторую величину [6, 7].

В данной работе для описания процесса деформации за пределом упругости используется модель с неассоциированным законом течения и параметрами, зависящими от величины давления и нако-

пленной неупругой деформации [8–11]. В области, где сдвиговая деформация сопровождается разрыхлением материала, поведение среды описывается в рамках модели Друккера-Прагера-Николаевского [1, 2]. При давлении, превышающем пороговую величину, когда пористый материал начинает уплотняться, использована модель с эллиптической предельной поверхностью [6, 7]. Рассмотрено деформирование образцов горной породы с малой и высокой пористостью под действием жесткого штампа.

1. Математическое описание процесса деформации

Для моделирования процесса деформации численно решается система уравнений механики, включающая уравнения:

- неразрывности

$$\dot{\rho} + \rho u_{i,i} = 0,$$

- движения

$$\sigma_{ij,j} + \rho F_i = \rho \dot{u}_i.$$

Здесь ρ — плотность материала; u_i — компоненты вектора скорости; σ_{ij} — компоненты тензора напряжений Коши; F_i — массовые силы; точка сверху означает производную по времени, индекс после запятой означает производную по соответствующей координате.

Система уравнений замыкается определяющими соотношениями, которые конкретизируют поведение среды при деформировании. При записи определяющих соотношений используется разложение тензора напряжений на шаровую и девиаторную части:

$$\sigma_{ij} = -\sigma \delta_{ij} + s_{ij},$$

где $\sigma = -\sigma_{kk}/3$ – среднее давление; s_{ij} – компоненты девиатора тензора напряжений, δ_{ij} – символ Кронекера. До наступления пластического состояния скорости изменений напряжений и деформаций связаны гипотетическим законом:

$$\begin{aligned} \frac{Ds_{ij}}{Dt} &= 2\mu_0 \left(\dot{\epsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \dot{\epsilon}_{kk} \delta_{ij} \right), \\ \frac{Ds_{ij}}{Dt} &= \dot{s}_{ij} - s_{ik} \dot{\omega}_{jk} - s_{jk} \dot{\omega}_{ik}, \\ \dot{\sigma} &= -K \frac{\dot{V}}{V}. \end{aligned}$$

где K и μ – модули сжатия и сдвига, соответственно. Компоненты тензора скорости деформаций $\dot{\epsilon}_{ij}$ и компоненты тензора скоростей вращения $\dot{\omega}_{ij}$ определяются из соотношений:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}), \quad \dot{\omega}_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} - u_{j,i}).$$

Принято, что деформация состоит из упругой e и пластической p частей. Для скорости деформации это разложение записывают в виде:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^p.$$

Пластическая деформация определяется в соответствии с уравнением предельной поверхности и пластическим потенциалом:

$$f(\sigma_{ij}, \epsilon_{ij}^p) = 0, \quad g(\sigma_{ij}, \epsilon_{ij}^p) = 0, \quad d\epsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}},$$

где f – уравнение поверхности (функции) нагружения; g – пластический потенциал; $d\lambda$ определяется в ходе деформирования из условия пластичности; ϵ_{ij}^p – компоненты пластической (неупругой) деформации.

Предельная поверхность (рис. 1) в области сдвиговой деформации на интервале давлений $\sigma_t \leq \sigma \leq \sigma_0$ описывается уравнением

$$f_1(\sigma, \tau) = \tau - \alpha\sigma - c$$

и при давлениях $\sigma > \sigma_0$ – уравнением

$$f_2(\sigma, \tau) = \frac{(\sigma - \sigma_0)^2}{a^2} + \frac{\tau^2}{b^2} - 1 = 0.$$

Здесь $\alpha = \alpha(e^p, \sigma)$, $c = c(e^p, \sigma)$ – коэффициенты внутреннего трения и сцепления, $\tau = (s_{ij}s_{ij}/2)^{1/2}$ – второй инвариант девиатора напряжений, σ_t – прочность на отрыв, σ_0 – пороговое давление, при котором начинается уплотнение материала, $a = \sigma_1 - \sigma_0$, $b = c + \alpha\sigma_0$.

Нормаль к пластическому потенциалу $g = \tau - \Lambda\sigma$ определяет направление приращений пластиче-

ской деформации, где Λ – коэффициент дилатансии.

Принято, что в ходе развития неупругой деформации происходит изменение поверхности предельного состояния, а также накопление повреждений, которое макроскопически проявляется в изменении объема, т. е. в дилатансии среды. Упрочнение среды описывается соотношением

$$c(\gamma^p) = c_0[1 + h(A(\gamma^p) - D(\gamma^p))],$$

где h – коэффициент упрочнения, $d\gamma^p = 2((de_{ij})^p(de_{ij})^p/2)^{1/2}$ интенсивность сдвиговой пластической деформации, γ^* – критическая деформация, после достижения которой преобладает деградация материала. Для учета упрочнения используется линейная зависимость $A(\gamma^p) = 2\gamma^p/\gamma$ и квадратичная – для учета разупрочнения (накопления повреждений)

$$D(\gamma^p) = (\gamma^p/\gamma).$$

Влияние давления на предельную деформацию, которую материал выдерживает до начала разупрочнения, учитывается выражением:

$$\gamma^* = \gamma_0^*(1 + w\sigma/\sigma^*),$$

где γ_0^* – пластическая деформация начала разрушения при отсутствии обжимающего (сдерживающего) давления; w и σ^* – параметры. Такой способ позволил описать переход от хрупкого к «вязкому» характеру поведения с ростом давления [8].

Рассматриваются процессы деформирования в двумерной постановке для условий плоской деформации, когда $\epsilon_z = 0$, $\dot{\epsilon}_x = \dot{\epsilon}_y = \dot{\epsilon}_z = 0$.

Для моделирования процесса деформации горной породы использован подход [10], который основан на решении уравнений динамики упруго-пластической среды по явной численной схеме [12].

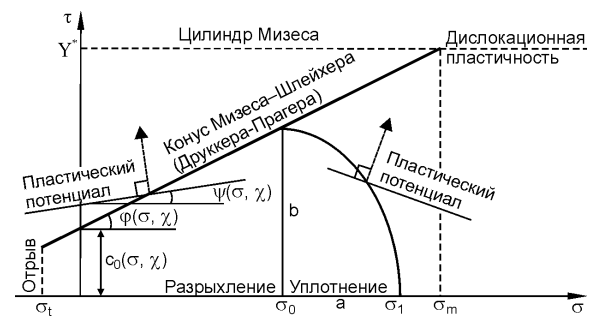


Рис. 1. Вид поверхности предельного состояния горных пород

Основная сложность описания деформации за пределом упругости заключается в том, что предельная поверхность не является фиксированной, она меняется в ходе деформирования. На диаграммах нагружения наблюдают участок упрочнения, где приращение пластической деформации происходит с ростом напряжений, за которым следует сброс напряжений, происходит разрушение. В ходе деформирования меняется не только предельная

поверхность, но и соотношение между приращением сдвиговой и объемной частей пластической деформации, т. е. направление вектора пластической деформации. Таким образом, параметры, описывающие поведение породы за пределом упругости, становятся функциями от накопленной пластической деформации и давления.

Следует отметить, что участок упрочнения на диаграмме нагружения в таких средах трактовать очень сложно. Формально прочность описывается двумя параметрами: сцеплением и внутренним трением. Однако в эффективное упрочнение вносят вклад геометрические причины. Дилатансионное упрочнение [1, 2] особо проявляется в стесненных условиях деформирования, когда увеличение объема приводит к росту давления. Это явление имеет особое значение в геомеханических процессах. В [13] было показано, что рост эффективной прочности образца может наблюдаться даже при некотором снижении величины сцепления.

2. Результаты расчетов

Воздействие жестким штампом приводит к формированию зоны пластичности, которая развивается от края нагруженного участка в глубь образца и выходит на свободную поверхность. В зависимости от геометрии задачи, близости боковых границ и условий на них направление и форма полос локализации будут различны. В работе [10] показано, что при численном моделировании характер деформирования, направление и глубина проникновения пластической деформации, определяется свойствами породы, т. е. выбором модели и ее параметров. На рис. 2 представлены результаты численного моделирования процесса деформации толстого слоя упругопластического материала при вдавливании жесткого штампа при различных параметрах модели. В зависимости от коэффициентов, которые отражают свойства исследуемого материала, аналогичные условия нагружения приводят к принципиально различным картинам деформирования. Например, результат, представленный на рис. 2, а, получен с использованием модели Прандтля-Рейса с условием текучести Мизеса ($\alpha=\Lambda=0$). Это наиболее распространенная модель, дающая хорошие результаты при описании пластичных материалов (металлов и сплавов). Однако она не учитывает влияния давления на прочность и объемные изменения, связанные с пластической деформацией. Такая картина деформирования может соответствовать поведению влажной глины.

Для описания неупругого поведения горных пород более адекватные результаты позволяют получить модели, учитывающие внутреннее трение и дилатансию. При малых значениях этих параметров картина деформирования остается похожей на первую (рис. 2, б). Вариация коэффициентов (что соответствует рассмотрению различных материалов) показывает, что при определенных значениях коэффициентов порода становится склонной к

множественному образованию полос локализованной деформации. В хрупкопластичной породе распространение полос локализации происходит преимущественно в глубину (рис. 2, в, 3, 4) и лишь при наличии кинематических ограничений на боковых границах с ростом нагрузки полосы разворачиваются к свободной поверхности (рис. 4, в). Выход полос на поверхность происходит на заметном расстоянии от области нагружения и зависит в том числе от удаленности фиксированных боковых границ. В хрупком материале с боков от области воздействия, а также под краем штампа, где возникают горизонтальные растягивающие напряжения, наблюдается формирование разрушенной области. Происходит рост трещин, расходящихся от краев нагруженной области.

Таким образом, в зависимости от выбора модели и значений параметров для описания поведения породы могут быть получены существенно различные картины деформирования, что подчеркивает сложность задачи моделирования поведения горных пород.

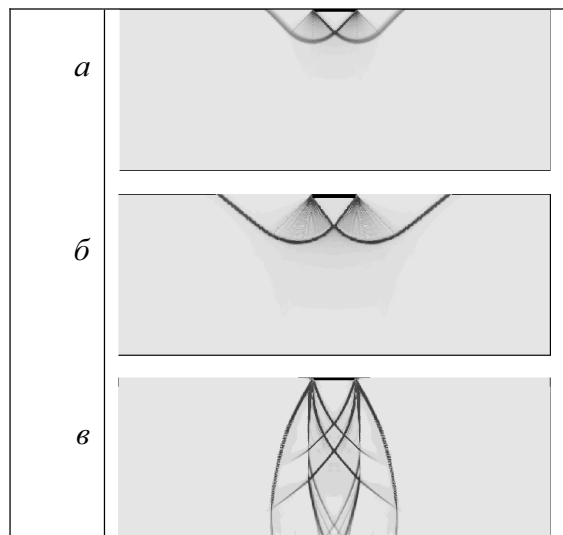


Рис. 2. Локализация деформации при вдавливании жесткого штампа в идеальную упругопластическую среду для разных значений коэффициентов внутреннего трения и дилатансии: а) $\alpha=\Lambda=0$; б) $\alpha=0,25$, $\Lambda=0,15$; в) $\alpha=0,546$, $\Lambda=0,12$

В случае, когда воздействие осуществляется на участке, примыкающем к боковой границе образца, полоса локализации распространяется в глубину и выходит к боковой поверхности. Кроме того, развитие сдвиговой деформации сопровождается дилатансией материала, что в данных условиях приводит к появлению расклинивающей силы. Возникающие растягивающие напряжения могут привести к росту трещин вдоль свободной боковой границы [8]. Подобный эффект расклинивания образца может иметь место и при нагружении по всей грани, когда в квазистатических условиях должны отсутствовать растягивающие напряжения. Шероховатости поверхностей выполняют функцию концентраторов напряжений и очагов зарождения

пластической деформации. В результате развития пластической деформации, сопровождающейся дилатансией породы, возможно возникновения расклинивающего эффекта.

На рис. 3–5 хорошо видно различие характера разрушения в плотной и пористой горной породе. Механические свойства рассматриваемых горных пород: $\rho=2,2 \text{ г/см}^3$, $K=12,8 \text{ ГПа}$, $\mu=5,34 \text{ ГПа}$, $c_0=9 \text{ МПа}$, $\alpha_0=0,55$, $\Lambda_0=0,12$. Различие между плотной и пористой горной породой проявляется в значениях величин σ_0 , σ_1 : 40, 90 МПа – у пористой и 400, 900 МПа – у плотной. В случае плотной породы (рис. 3, 4) развитие деформации за пределом упругости сопровождается дилатансией. Материал под штампом остается мало деформированным, а от краев штампа в глубь среды распространяются полосы локализованного сдвига, рис. 3, а. Формируются достаточно крупные фрагменты материала, сопоставимые по размеру с длиной участка воздействия. В полосах локализации происходит разрыхление материала, в них образуется множество пор и трещин. При отсутствии боковых ограничений, т. е. при свободных боковых границах, полосы локализованной деформации могут проникнуть до нижнего основания образца, рис. 3, б, в результате чего происходит раскалывание образца. Выход полос локализованной деформации на верхнюю поверхность с образованием лунки происходит при ограничении боковой деформации образца, рис. 4.

В пористой породе разрушение протекает в двух режимах (рис. 5). Под штампом, где среднее давление выше, возникает зона уплотнения, в которой имеет место разрушение зерен, скелета породы. В этой зоне материал мелко раздроблен, рис. 5, а. От краев штампа, аналогично тому, как это происходит в плотном материале, распространяются полосы локализованного сдвига с разуплотнением породы, трещины. Глубина распространения полос локализации в пористой породе существенно меньше, рис. 5, б.

Увеличение давления в плотной породе приведет к росту эффективной прочности и величины предельной деформации до начала разупрочнения. Однако при этом уменьшится раскрытие микротрещин в ходе сдвига, т. е. коэффициент дилатансии уменьшится. Расчеты показывают, что снижение коэффициента дилатансии приводит к более быстрому формированию полос локализованного сдвига. Кроме того, с увеличением глубины/давления расстояние между полосами локализации возрастает с соответствующим увеличением в них деформации [14]. Таким образом, при значительном увеличении давления можно ожидать, что локализация деформации и разрушение произойдет при более интенсивном воздействии, при этом будут формироваться более крупные осколки материала. В высокопористых материалах высокое давление может облегчить разрушение. Область разрушения будет сосредоточена непосредственно под зоной воздействия. В полосах локализованного сдвига

разуплотнение будет незначительным.

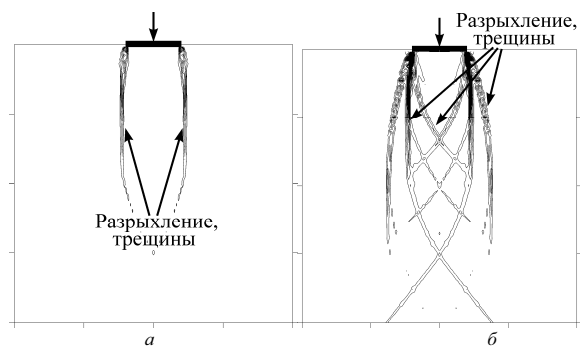


Рис. 3. Формирование полос локализованной деформации в плотной породе

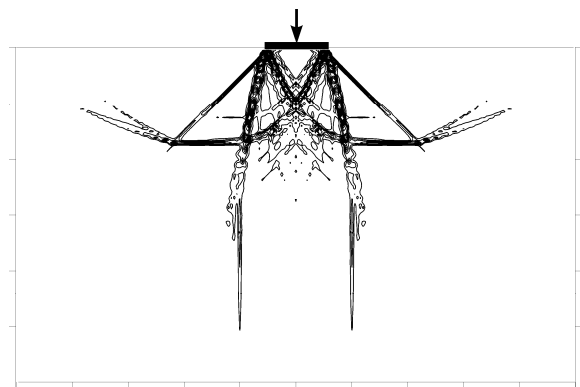


Рис. 4. Формирование полос локализованной деформации в плотной горной породе при ограничении боковой деформации

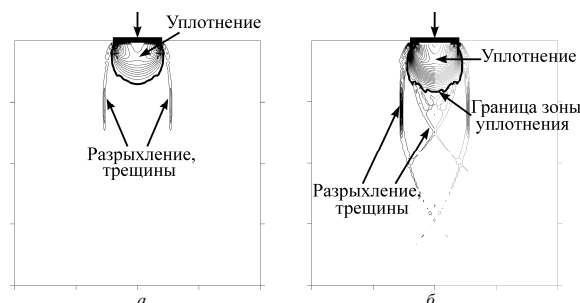


Рис. 5. Формирование зон локализованной деформации в пористой породе. Распределение объемной пластической деформации

Моделирование поведения горных пород выполнено для условий плоской деформации. Очевидно, что в реальной ситуации трехмерного деформирования картина распределения деформации будет несколько иной. В отношении представленных результатов отличия будут касаться в первую очередь глубины проникновения полос локализованной деформации. Поэтому, например, для плотных горных пород наиболее реалистичной будет картина, представленная на рис. 4.

Приведенные результаты получены для сухой породы. Эффективная прочность горных пород, согласно уравнению предельной поверхности, определяется как: $\tau=c+\alpha\sigma$. Для насыщенных пород при

расчете прочности учитывают эффективное давление, которое определяется как $\bar{\sigma} = \sigma - P$, где P – поровое давление. Фактически предельная поверхность (рис. 1) сместится вправо на значение порового давления. Кроме того, наличие смазки оказывает влияние и на коэффициент трения на поверхностях микротрещин, между частицами породы. С учетом того, что при высоком давлении прочность, обусловленная внутренним трением, может значительно превышать когезию, изменение коэффициента внутреннего трения может заметно сказаться на эффективной прочности горной породы. Таким образом, при давлении ниже σ_0 наличие флюида приведет к существенному снижению эффективной прочности, что облегчит разрушение материала. В пористой горной породе при большом давлении влияние флюида становится менее однозначным. Наличие жидкости затруднит уплотнение и «смещение» предельной поверхности на величину порового давления приведет к некоторому увеличению эффективной прочности. Уплотнение будет сопровождаться выдавливанием жидкости из порового пространства. При большой скорости этого процесса возможно формирование зон растяжения вне очага уплотнения. Это обеспечит расширение области разрушения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Николаевский В.Н. Механические свойства грунтов и теория пластичности // Механика твердых деформируемых тел. Т. 6. Итоги науки и техники. – М.: ВИНТИ АН СССР, 1972. – С. 5–85.
2. Гарагаш И.А., Николаевский В.Н. Неассоциированные законы течения и локализации пластической деформации // Успехи механики. – 1989. – Т. 12. – № 1. – С. 131–183.
3. Schultz R.A., Siddharthan R. A general framework for the occurrence and faulting of deformation bands in porous granular rocks // Tectonophysics. – 2005. – № 411. – P. 1–18.
4. Cuss R.J., Rutter E.H., Holloway R.F. The application of critical state soil mechanics to the mechanical behavior of porous sandstones // International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences. – 2003. – V. 40. – P. 847–862.
5. Друккер Д., Прагер В. Механика грунтов и пластический анализ или предельное проектирование // Механика. Новое в зарубежной науке. Вып. 2. Определяющие законы механики грунтов. – М.: Мир, 1975. – С. 166–177.
6. Grueschow E., Rudnicki J.W. Elliptic yield cap constitutive modeling for high porosity sandstone // International Journal of Solids and Structures. – 2005. – V. 42. – P. 4574–4587.
7. DiMaggio F.L., Sandler I. S. Material models for granular soils // J. of Eng. Mech. ASCE. – 1971. – V. 97. – № EM3. – P. 935–950.
8. Стефанов Ю.П. Численное моделирование деформирования и разрушения горных пород на примере расчета поведения об-

Заключение

При изучении поведения геологических материалов обычно рассматривают процессы, связанные только с разрыхлением, уплотнением или образованием трещин, в соответствии с типом исследуемого материала и диапазоном нагрузки. Неоднородная структура горных пород, наличие пор и трещин различного масштаба приводит к сложному, неоднородному напряженно-деформированному состоянию, при котором характер разрушения может не соответствовать типу нагружения. Поэтому в горных породах под действием нагрузки возможно одновременное протекание неупругой деформации в различных режимах. В отдельных областях могут формироваться зоны сдвига, разрыхления и уплотнения.

Под действием жесткого штампа в плотной горной породе формируется сеть полос локализованного сдвига, разбивающая материал на отдельные фрагменты, сопоставимые по размеру с длиной участка воздействия. В пористой породе наряду с полосами локализации под зоной воздействия формируется область уплотнения. В этом случае глубина проникновения полос локализованного сдвига существенно меньше, чем в плотном материале.

разцов песчаника // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2008. – № 1. – С. 73–83.

9. Стефанов Ю.П. Локализация деформации и разрушение в геоматериалах. Численное моделирование // Физическая мезомеханика. – 2002. – Т. 5. – № 5. – С. 107–118.
10. Стефанов Ю.П. Некоторые особенности численного моделирования поведения упруго-хрупкопластичных материалов // Физическая мезомеханика. – 2005. – Т. 8. – № 3. – С. 129–142.
11. Стефанов Ю.П., Тьерселен М. Моделирование поведения высокопористых геоматериалов при формировании полос локализованного уплотнения // Физическая мезомеханика. – 2007. – Т. 10. – № 1. – С. 93–106.
12. Уилкинс М.Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967. – С. 212–263.
13. Stefanov Yu.P. Numerical investigation of deformation localization and crack formation in elastic brittle-plastic materials // Int. J. Fract. – 2004. – V. 128. – № 1. – P. 345–352.
14. Стефанов Ю.П., Бакеев Р.А., Смолин И.Ю. О закономерностях деформирования горизонтальных слоев среды при разрывном сдвигом смещении основания // Физическая мезомеханика. – 2009. – Т. 12. – № 1. – С. 83–89.

Поступила 31.03.2009 г.